

Selección del modelo de mejor estimación del Valor Razonable en un mercado emergente

Paula Morales Bañuelos¹

Universidad Iberoamericana. México

Resumen

El objetivo de este trabajo es encontrar el modelo que brinde la mejor estimación posible del Valor Razonable de las partidas que componen los estados financieros, considerando la ambigüedad en la normatividad sobre el cálculo del mismo. Para ello se compararon tres metodologías: Flujos de Efectivo Descontados, Opciones Reales bajo los procesos Browniano Geométrico (MBG) y Browniano Aritmético (MBA). A pesar de que son muy pocos los estudios que han realizado este tipo de investigación, se ha llegado a la conclusión de que resulta más adecuado modelar un proceso aditivo como un MBA. Por dicha razón, se proyectaron los ingresos y posteriormente el flujo de efectivo anual de 2019 a 2028, posteriormente, se calcularon las Opciones Reales incorporando la flexibilidad de expansión y contracción de forma conjunta. De conformidad con los resultados obtenidos y en concordancia con lo sugerido por diferentes autores, el modelo que brinda la mejor aproximación posible del Valor Razonable es el de Opciones Reales bajo un MBG, con lo cual se recomienda que las empresas mexicanas conozcan y apliquen este modelo, complementando la valuación tradicional de flujos de efectivos descontados con el propósito de presentar información relevante para la toma de decisiones.

Clasificación JEL: G12, G13, C4, C5, C15

Palabras clave: Flujos de Efectivo Descontados, Opciones Reales como un Movimiento Browniano Geométrico, Opciones Reales como un Movimiento Browniano Aritmético, GARCH (1,1), Método de Winters

Selecting the model with the best fair value estimate in an emerging market

Abstract

This work aims to find the model that provides the best possible estimate of the fair value of the items that comprise financial statements, considering the ambiguity in the regulations on the calculation of the same. For this purpose, three methodologies were compared: Discounted Cash Flows, Real Options under a Brownian Geometric Motion (BGM), and Real Options under an Arithmetic Brownian Motion (ABM). Although there have been few studies on this type of research, the conclusion reached is that modeling an additive process as an ABM is the most suitable. Therefore, the revenues and annual cash flow from 2019 to 2028 were projected, and, subsequently, the Real Options were calculated, incorporating expansion and contraction flexibility possibilities. The obtained results indicate that the model of Real Options under a

¹Departamento de Estudios Empresariales. Universidad Iberoamericana. México. Correo electrónico: paula.morales@ibero.mx. Teléfono: +52-55- 59-50-4000 ext. 4950 y 555513975203.

*Sin fuente de financiamiento declarada para el desarrollo de la investigación

Abstract

BGM provides the best fair value estimate, coinciding with the suggestions of other authors. Consequently, it is recommended that Mexican companies know and implement this model, complementing the traditional valuation of discounted cash flows, in order to present relevant information for the decision-making process.

JEL Classification: G12, G13, C4, C5, C15

Keywords: Discounted Cash Flows, Real Options as a Geometric Brownian Motion, Real Options as an Arithmetic Brownian Motion, GARCH (1,1), Winters' Method

1. Introducción

A partir de la aplicación de la Norma de Información Financiera (NIF) A-6 “Reconocimiento y Valuación” emitida por el Consejo Mexicano de Normas de Información Financieras (CINIF) así como de la Norma Internacional de Información Financiera (NIIF) 16 (conocida por sus siglas en inglés como IFRS, International Financial Reporting Standards) “Medición del Valor Razonable” ha sido imperante para las entidades cuantificar contablemente sus transacciones de la forma más certera para la adecuada toma de decisiones. Es por dicha razón que bajo ambas normatividades se deben reconocer las operaciones al denominado Valor Razonable; el cual se define como: “el monto de efectivo o equivalentes que participantes en el mercado estarían dispuestos a intercambiar para la compra o venta de un activo, o para asumir o liquidar un pasivo, en una operación entre partes interesadas, dispuestas o informadas, en un mercado de libre competencia. Cuando no se tenga un valor de intercambio accesible de la operación debe realizarse una estimación del mismo mediante técnicas de valuación”. Cabe resaltar que la regulación es muy ambigua al permitir utilizar cualquier modelo reconocido en el ámbito financiero para determinar el Valor Razonable.

Es por ello que resulta extremadamente importante utilizar el modelo que brinde la mejor aproximación posible del verdadero valor de las partidas que acorde con la normatividad contable, al llevar a cabo una valuación posterior. Especialmente en la actualidad, ya que la mayor parte de las mismas deben presentarse a Valor Razonable, como son los casos de los activos de larga duración, los activos intangibles y el crédito mercantil, el valor de las inversiones en acciones, entre otras.

El modelo aplicado con mayor frecuencia es el de Flujos de Efectivo Descontados, por ser el más conocido, así como por su relativa sencillez en su cálculo; sin embargo, como lo menciona Trigeorgis (1996) las Opciones Reales representan una extensión de la teoría de las Opciones Financieras aplicada sobre activos no financieros.

Esta teoría se basa en la flexibilidad que tiene la administración de cambiar sus decisiones. “En ausencia de esta flexibilidad la distribución de probabilidad del Valor Presente Neto podría ser razonablemente simétrica”. “Esta asimetría introducida por la flexibilidad de la administración se le denomina el criterio del Valor Presente Neto expandido, el cual refleja dos componentes: el tradicional o VPN estático proveniente directamente de los flujos de efectivo y la parte activa, la que incorpora el efecto de la competencia, la sinergia que trae un proyecto, la interacción entre diferentes etapas dentro de un proyecto y la respuesta de la administración a todos estos factores. Esta flexibilidad puede ser capturada de una mejor manera en lo que Trigeorgis (1996) denomina como el Valor Presente Neto Expandido:

A pesar de que esta herramienta tiene más de 20 años de haber sido propuesta, en México es muy poco utilizada, no obstante, de que, en múltiples investigaciones, así como en diversas industrias, sobre todo Estados Unidos es utilizada; ya que se ha demostrado que resulta más eficaz que el modelo tradicional de Flujos de Efectivo Descontados.

En la implantación de las Opciones Reales, tanto de forma científica como empírica se asume que el flujo de efectivo se comporta como un Modelo Browniano Geométrico; sin embargo, como lo afirman Lambert y

Moreno (2017) al igual que Copeland y Antikarov (2001) los flujos de efectivo de una empresa o proyecto y por consecuencia el Valor Presente Neto resultante, pueden ser negativos, por lo que al modelar la trayectoria de estos flujos como un Movimiento Browniano Geométrico, éste se mantendrá negativo o positivo a lo largo de todo el periodo de la valuación, acorde con el valor inicial. No obstante, Alexander, Mo y Stent (2012) afirman que el valor intrínseco de un proyecto no permanecerá positivo necesariamente durante toda su vida, por lo cual sugieren aplicar el modelo de Opciones Reales bajo un Modelo Browniano Aritmético, al utilizar este proceso estocástico, sin importar que se comience con un flujo positivo, el valor del proyecto o de la empresa puede tornarse negativo.

Derivado de lo anterior, el objetivo de la investigación es determinar si el modelo de Opciones Reales bajo dicho proceso aproxima en mayor medida el Valor Razonable, así como los valores de mercado de la empresa, de mercado del capital accionario y consecuentemente, el precio de la acción, en contraste con los modelos de Flujos de Efectivo tradicional y el de Opciones Reales pero acorde con el Modelo Browniano Geométrico.

Este trabajo se compone de las siguientes secciones: primero se efectuará una revisión de las investigaciones previas; en la segunda se describirá el marco teórico de las Opciones Reales bajo el Movimiento Browniano Geométrico y el Movimiento Browniano Aritmético, en el tercer apartado se explica la metodología, en el cuarto se muestran los resultados derivados del análisis, en el quinto las conclusiones y recomendaciones, finalizando el documento con las referencias bibliográficas.

2. Marco Teórico

2.1. Opciones Reales

Las Opciones Reales representan una extensión de la teoría de las Opciones Financieras aplicada sobre activos no financieros. Como lo explica Trigeorgis (1996), se puede utilizar la metodología de las Opciones Financieras en la valuación de una firma. Al resultado se le denomina el criterio del Valor Presente Neto expandido, el cual refleja dos componentes: el tradicional o VPN estático proveniente directamente de los flujos de efectivo y la parte activa, la que incorpora el efecto de la competencia, la sinergia que resulta de un proyecto, la interacción entre diferentes etapas dentro del proyecto y la respuesta de la administración a todos estos factores. En el presente análisis se aplicó únicamente el modelo a tiempo discreto, es decir el binomial, el cual es utilizado para replicar el comportamiento de un activo financiero. Asimismo, únicamente se evaluaron las opciones de expansión y contracción tanto para el MBG como para el MBA.

Modelos Browniano Geométrico y Browniano Aritmético

2.1.1. Modelo Browniano Geométrico

En cada periodo existen dos posibilidades, el valor del activo puede subir en un factor u , ($u > 1$), o bien bajar en un factor d , ($d < 1$). El modelo binomial se basa en un proceso Bernoulli; acorde con el cual, los choques al alza y a la baja se determinan de la siguiente manera:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (1)$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (2)$$

Dónde:

u es el choque al alza que seguirá el subyacente.

d es el choque a la baja que seguiría el subyacente.

σ es la volatilidad (desviación estándar) de la serie de tiempo del subyacente, la cual se mantiene fija a lo largo del periodo de la valuación.

Para obtener los choques al alza y a la baja, se calculó su volatilidad con el modelo GARCH (1,1) (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), partiendo como punto inicial, el valor obtenido con el modelo de Flujos de Efectivo Descontados, acorde con esa premisa se elaboró el árbol de las Opciones Reales, asumiendo que el proceso estocástico se comporta como una submartingala, dado que se valuó como una opción americana.

En la siguiente sección se expondrá brevemente cómo se determinó la volatilidad para el modelado de las Opciones Reales bajo el proceso en comento; mientras que en la 2.1.2 se explicará el modelo en tiempo discreto, para valuar una opción, dicho modelo fue aplicado para estimar el valor de mercado del capital accionario, tanto bajo el proceso Browniano Geométrico como el Browniano Aritmético. Este último con la solución propuesta por Alexander et al. (2012), el cual será explicado más adelante.

2.1.1.1. Cálculo de la volatilidad modelo Browniano Geométrico

Para estimar la volatilidad histórica de una serie de tiempo, se toma un intervalo fijo (ej. diaria, semanal, mensual, etc.).

Sea:

n es el número de observaciones.

S_i el valor del instrumento al final del i_{th} intervalo.

τ la longitud del intervalo en años.

El rendimiento correspondiente a un periodo de $i = 1, 2, \dots, n$, de un instrumento se calcularía de la siguiente forma:

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Ya que $S_i = S_{i-1}e^{u_i}$, es el valor del subyacente incrementado de forma continua (no anualizado) en el i_{th} intervalo. El estimador utilizado generalmente para obtener la desviación estándar de u_i es:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2} \quad (4)$$

o bien,

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n u_i\right)^2} \quad (5)$$

Dónde:

\bar{u} es la media de las u_i 's

n es el número de las observaciones.

La desviación estándar del cambio proporcional del precio de un instrumento en un pequeño intervalo de tiempo Δt es $\sigma \Delta t$, lo cual es una aproximación de la desviación estándar del cambio proporcional en el precio del instrumento sobre un largo periodo de tiempo T: $\sigma \sqrt{T}$.

Dado que s es un estimador de $\sigma \sqrt{T}$, σ puede ser aproximada como σ^* de la siguiente forma:

$$\sigma^* = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \quad (6)$$

Cabe señalar que la s no cambia a través del tiempo, y los datos muy antiguos no resultan muy relevantes para predecir el futuro. Es por ello que resulta imperante utilizar la volatilidad dinámica o bien modelos más

sofisticados como son el Autorregresivo de Heteroscedasticidad Condicional, conocido por sus siglas en inglés como ARCH o el modelo Generalizado Autorregresivo de Heteroscedasticidad Condicional, conocido por sus siglas en inglés como GARCH.

Bollerslev (1986) extendió el trabajo de Engel desarrollando una técnica que le permite a la varianza condicional ser un proceso ARMA, siendo el proceso del error el siguiente:

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t} \quad (7)$$

Dónde:

$$\sigma_v^2 = 1 \quad y \quad h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (8)$$

Ya que v_t es un proceso de ruido blanco, independiente de las realizaciones pasadas por lo tanto su media condicional e incondicional es igual a 0.

El modelo general ARCH(p,q) es llamado *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* GARCH(p,q), e incorpora tanto los componentes autorregresivos como de medias móviles en la varianza heteroscedástica.

Es condición que todos los coeficientes de la ecuación anterior deben ser positivos, y para asegurar que la varianza sea finita, las raíces características deben encontrarse dentro del círculo unitario.

El factor clave de este modelo es que la varianza condicional de las perturbaciones de la secuencia de $\{y_t\}$ constituyan un proceso ARMA (Autorregresivo y de Promedios Móviles).

El modelo GARCH(1,1) fue propuesto por Bollerslev en 1986. Este calcula σ_n^2 a partir del promedio de la varianza de largo plazo V , así como de σ_{n-1}^2 y de u_{n-1} . La ecuación que le representa es la siguiente:

$$\sigma_n^2 = \gamma V + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2 \quad (9)$$

Donde es la ponderación que se le da a V , α es la ponderación otorgada a u_{n-1}^2 , y β es la ponderación aplicada sobre σ_{n-1}^2 , las ponderaciones deben sumar 1.

Estableciendo ω como γV , este modelo puede ser escrito de la siguiente manera:

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2 \quad (10)$$

Una vez estimados los coeficientes de la ecuación, es posible obtener la varianza de largo plazo dividiendo: $\omega(1 - \alpha - \beta)$. Para la estimación de estos parámetros se puede aplicar el método de máxima verosimilitud (*maximum likelihood*), en el cual se obtienen los valores de los parámetros de forma que se maximice la probabilidad de ocurrencia de los datos.

2.1.2. Valuación de Opciones en Tiempo Discreto, Modelo Binomial

Una técnica muy utilizada para describir el proceso que sigue una opción sobre un activo subyacente es el modelo binomial, el cual consiste en construir un árbol binomial, con el que se muestra las diferentes trayectorias que puede seguir el subyacente durante la vida de la opción. Esta propuesta es similar a la realizada por John Carrington Cox, Stephen Ross y Mark Edward Rubinstein en 1979. El valor de la opción puede obtenerse a través del modelo binomial o calculando el portafolio de réplica.

Un argumento similar puede ser utilizado para las opciones, pero es necesario suponer que no existen oportunidades de arbitraje, “No existen oportunidades de arbitraje si y sólo si existe una medida de probabilidad neutral al riesgo²” (Pliska, 1998).

²Es una probabilidad sintética, bajo la cual el valor esperado del instrumento es el justo ó el de mercado.

Para soportar lo anterior, también es importante suponer que los individuos son neutrales al riesgo³, por lo que no es indispensable que una inversión ofrezca una prima adicional por el riesgo tomado, en consecuencia, la tasa mínima de retorno que se espera sobre una inversión es la tasa libre de riesgo y el valor futuro de las opciones deberá ser descontado a esta tasa.

Pero tanto el mercado como los compradores deben evitar que sea un medio para obtener ganancias extranormales, para lo cual se deben eliminar todas las posibles oportunidades de arbitraje.

Por dicha razón, el valor de este instrumento debe ser el “justo”, es decir, el que sea percibido todo el mercado. Para conocer ese valor deben aislarse todos los posibles factores de subjetividad, como es el caso de la tasa de descuento utilizada de acuerdo con el grado de aversión al riesgo de cada inversionista; el modelo que toma en cuenta este problema es el de la valuación por “*martingala*”⁴, el cual descuenta los valores esperados a la tasa libre de riesgo y bajo unas probabilidades sintéticas “probabilidad neutral al riesgo” (q), las cuales se encuentran determinadas por u , d y la tasa libre de riesgo (r).

$$q = \frac{e^{r^*t} - d}{u - d} \quad (11)$$

La incorporación de la volatilidad en la fórmula de la probabilidad neutral al riesgo, mediante los parámetros u y d , los cuales se calculan como se mostró anteriormente.

Una vez calculados dichos parámetros, puede determinarse la prima de la opción. El primer paso consiste en modelar la trayectoria que seguirá el valor del subyacente durante la vigencia de la opción. Este valor puede aumentar en u o bajar a d .

Posteriormente se elabora el árbol de la opción, comenzando con los últimos nodos del árbol. Se determinará para cada uno de los nodos finales el valor intrínseco de la opción (el máximo entre la diferencia del subyacente y el precio de ejercicio o cero). Cabe señalar que la metodología seguida para determinar el valor de las opciones fue aplicada al ser modeladas como un Movimiento Browniano Geométrico así como un Movimiento Browniano Aritmético.

En una opción americana, el poseedor tiene el derecho de ejercer la opción en cualquier momento τ , si se realiza el contrato en el tiempo t , y la madurez es en el tiempo T , el ejercicio puede efectuarse en el lapso $t \leq \tau \leq T$. Un proceso de este tipo se diferencia de la *martingala* en que el valor esperado puede ser mayor o igual que el valor actual.

La mecánica para determinar el valor de una opción americana es similar al de la europea, varía únicamente en el cálculo de los nodos intermedios, ya que por las características de estas opciones el poseedor de la posición larga puede ejercerla en cualquier momento hasta su vencimiento, por lo anterior puede escoger el máximo entre el valor intrínseco de la opción y el valor descontado bajo la probabilidad neutral al riesgo.

2.1.3. Modelo Browniano Aritmético

Como se comentó con anterioridad, un supuesto estándar cuando se valúan las Opciones Financieras en mercados de activos negociables es que el precio del subyacente se comporta como un Movimiento Browniano Geométrico.

No obstante, como lo mencionan Copeland y Antikarov (2001, Capítulo 5) el valor de los flujos de efectivo de una empresa o proyecto pueden ser negativos, lo cual por consecuencia tiene una implicación de gran relevancia para las Opciones Reales. Derivado de lo anterior proponen modelarlo como un proceso aditivo, es decir como un Movimiento Browniano Aritmético, bajo el cual, aunque el valor inicial sea positivo, se puede

³Un individuo es neutral al riesgo, cuando no espera recibir una prima adicional sobre su inversión en un activo riesgoso.

⁴El que se valúe por martingala, implica que el valor de una variable aleatoria Z en el tiempo $s+t$ de acuerdo con la información disponible es igual al valor que tenía la variable aleatoria en el tiempo t .

tornar en algún momento de la trayectoria de la valuación negativo. Alexander, Mo y Stent (2012) efectúan la derivación partiendo del supuesto de neutralidad al riesgo, y por consecuencia del descuento de los flujos del árbol de las opciones bajo una probabilidad neutral al riesgo, así como el uso de la tasa libre de riesgo para descontar dichos flujos.

Considerando que el subyacente se comporta como un Movimiento Browniano Aritmético (MBA), el cambio en el valor inicial del proyecto V_0 en los periodos posteriores V_t estaría dado por la siguiente ecuación estocástica:

$$dV_t = \alpha dt + \beta dZ_t \quad (12)$$

Con α y $\beta > 0$ constantes y siendo Z_t un proceso browniano estándar con medida de probabilidad objetiva p .

El MBA es apropiado cuando los cambios en el valor de un proyecto pueden ser representados como la suma de una tendencia lineal y ruidos blancos aditivos, asimismo el pronóstico de los valores futuros en el tiempo puede ser modelado como una distribución de probabilidad normal. La distribución normal permite valores negativos de los proyectos.

De igual forma proponen que los flujos de efectivo libres sean formulados inicialmente como un rendimiento por dividendos (dividend yield) pagando una tasa constante $\delta \geq 0$, calculados sobre el importe de valor del proyecto o de los flujos de efectivo V_t . En forma diferencial el proceso del dividendo se representaría de la siguiente manera:

$$dD_t = \delta V_t dt \quad (13)$$

De conformidad con la fórmula de Black y Scholes, un bono con un rendimiento constante, compuesto continuamente a la tasa nominal $r > 0$ por unidad de tiempo, el cual es aplicado en un mercado secundario normalizado. El proceso de ganancias descontadas en la ecuación diferencial se representa de la siguiente manera.

$$d\check{G}_t = d(e^{-rt}V_t) + e^{-rt}dD_t \quad (14)$$

Como se puede ver en la ecuación anterior, el cambio diferencial en la ganancia es igual a la variación en el tiempo en el valor de los flujos a valor presente más los cambios diferenciales en los dividendos.

Al aplicar la regla del producto y sustituyendo en el proceso del valor (ecuación (12)) y el proceso del dividendo (ecuación (13)), se obtiene la siguiente ecuación diferencial.

$$d\check{G}_t = -re^{-rt}V_t dt + e^{-rt}dV_t + e^{-rt}\delta V_t dt = e^{-rt}\beta(\theta_t dt + dZ_t^*) \quad (15)$$

Dónde:

$$\theta_t = [\alpha - (r - \delta)V_t] / \beta$$

$$dZ_t^* = \theta_t dt + dZ_t$$

Cabe recordar que α y β son constantes >0 definidas en la ecuación diferencial estocástica del valor del proyecto (Ecuación (12)).

Acorde a lo establecido por Alexander et al. (2012) por el teorema de Girsanov⁵ se puede demostrar la existencia de una medida de probabilidad neutral al riesgo, q , para cualquier nuevo proceso dZ_t^* , siendo éste un movimiento Browniano estándar.

⁵Este teorema describe cómo la dinámica de los procesos estocásticos cambia cuando la medida original se modifica por una medida de probabilidad equivalente. Particularmente en la teoría de opciones, explica cómo se efectúa la conversión de la medida física, es decir la probabilidad de que el precio del subyacente cambie hacia una medida de probabilidad neutral al riesgo.

Adicionalmente dichos autores establecen que con el propósito de derivar las fórmulas analíticas de un Call y Put Europeos, así como la distribución de V_t bajo una medida de probabilidad neutral al riesgo q , resulta necesario reajustar la ecuación (15) de la siguiente forma:

$$\beta dZ_t^* = -(r - \delta) V_t dt + dV_t \quad (16)$$

Esta es una ecuación de Langevin y tienen solución (Karatzas y Shreve (1991)).

$$V_t = e^{(r-\delta)t} V_0 + \beta e^{(r-\delta)t} \int_0^t e^{-(r-\delta)s} dZ_t^* \quad (17)$$

En el tiempo t acorde a una medida de probabilidad neutral al riesgo q , V_t es una variable aleatoria normal con media μ_t y varianza \sum_t^2 , aplicando la isometría de Ito (Óksendal, (1998)).

$$\begin{aligned} \mu_t &= e^{(r-\delta)t} V_0 \quad (47) \text{ Tasa del incremento en el valor del proyecto promedio.} \\ \sum_t^2 &= \frac{\beta^2}{2(r-\delta)} (e^{2(r-\delta)t} - 1) \text{ si } r \neq \delta \text{ volatilidad del proyecto} \\ &= \beta^{2t} \text{ si } r = \delta \end{aligned} \quad (18)$$

2.1.4. Modelado de las salidas de efectivo con una función ajustada

Considerando que un Call o Put europeo con madurez t unidades de tiempo, con precio de ejercicio igual a K tiene un valor contingente dado por la expresión $\max(V_t - K, 0)$ para los Call o el $\max(K - V_t, 0)$ para los Put. Así como salidas constantes de efectivo proporcionales al valor de un proyecto V_t debido a los pagos de dividendos, Alexander et al. (2012) modelaron la opción como un movimiento Browniano y a las salidas de flujo de efectivo se les incorporó cierta flexibilidad mediante una función ajustada, de la manera en que se muestra a continuación.

$$V_t = g(t) V_t + (1 - g(t)) V_t \quad (19)$$

La función $g(t)$ es escalonada determinística, la cual muestra el valor remanente del proyecto después de la salida de los flujos de efectivo. El complemento $(1 - g(t))$ es la proporción que ha sido pagada en efectivo en el tiempo t . Mientras que el valor remanente del proyecto es denotado como V_t^g . Dicho valor remanente del proyecto sería de la siguiente forma:

$$V_t^g = g(t) V_t \quad (20)$$

La función $g(t)$ es establecida como no negativa y no creciente en el tiempo; con $g(0) = 1$. En el caso de que el proyecto o empresa tenga una vida finita T sin valor terminal, la función $g(T) = 0$. Asimismo, dicha función posee brincos en tiempo discreto, los cuales se encuentran pre-determinados.

2.1.4.1. Fórmulas de los Calls y Puts sobre activos escalonados

Un Call y Put europeo sobre un activo escalonado, con vencimiento en el tiempo τ y precio de ejercicio K , tiene un valor intrínseco igual al $\max(V_\tau^g - K, 0)$ para un Call o $\max(K - V_\tau^g, 0)$ para el Put. Sus valores respectivamente, descontados a la tasa libre de riesgo, incorporando la proporción que representa la salida de efectivo y bajo la probabilidad neutral al riesgo serían de la siguiente forma:

$$c_{MVA}^g = e^{-rt} E^q [\max(V_\tau^g - K, 0)] = e^{-rt} g(\tau) E^q \max[V_\tau^g - K/g(\tau), 0] \quad (21)$$

$$p_{MVA}^g = e^{-rt} E^q [\max(K - V_\tau^g, 0)] = e^{-rt} g(\tau) E^q \max\left[\frac{K}{g(\tau)} - V_\tau^g, 0\right] \quad (22)$$

2.1.4.2. Desarrollo del modelo en tiempo discreto

En este trabajo se aplicó el análisis en tiempo discreto, por lo cual las opciones se valoraron como americanas. Al utilizar el modelo binomial se facilita el modelado, ya que pueden evaluarse como Europeas y/o Americanas.

Las salidas de efectivo modeladas dentro del árbol binomial se realizan de una forma escalonada, la nueva escala de tiempo se encuentra definida por una función estrictamente creciente b:

$$s = b(t) = \int_0^t e^{-2(r-\delta)s} ds = -\frac{1}{2(r-\delta)} \left(1 - e^{-2(r-\delta)t}\right) \text{ tal que } t \in [0, \tau] \quad (23)$$

El nuevo rango del lapso de tiempo escalonado es: $s \in [b(0), b(\tau)] = [0, b(\tau)]$. Lo cual, acorde con Alexander et al. (2012) estos puntos serán necesarios para invertir la escala de tiempo original, para ello la función inversa de b es requerida, a la cual se le denotará como:

$$t = a(s) = b^{-1}(s) = -\frac{1}{2(r-\delta)} \log_e (1 - 2(r-\delta)s) \text{ tal que } s \in [0, b(\tau)] \quad (24)$$

La aproximación del tiempo para el modelo binomial se puede definir como un movimiento Browniano en el intervalo $[0, b(\tau)]$ en N intervalos de longitud constante $k = b(t)/N$, generando puntos de tiempo nk para $n = 0, \dots, N$. En cuyo caso el choque al alza se obtendría de la siguiente forma: $u = \sqrt{k}$, acorde con el cual son igualmente probables los choques al alza como a la baja por unidad de tiempo k. A continuación, se presentan las imágenes de los árboles binomiales bajo un Movimiento Browniano Aritmético. La relación entre el lapso de tiempo entre los nodos es mostrada en la Imagen 1, esto con el objeto de completar la construcción y obtener el árbol binomial que simule la trayectoria representada en la ecuación (23). Para aproximar todos los nodos mostrados en uno de los periodos de tiempo de la ecuación estocástica (24) la n es multiplicada por $e^{(r-\delta)\alpha(nk)}$ (Imagen 2).

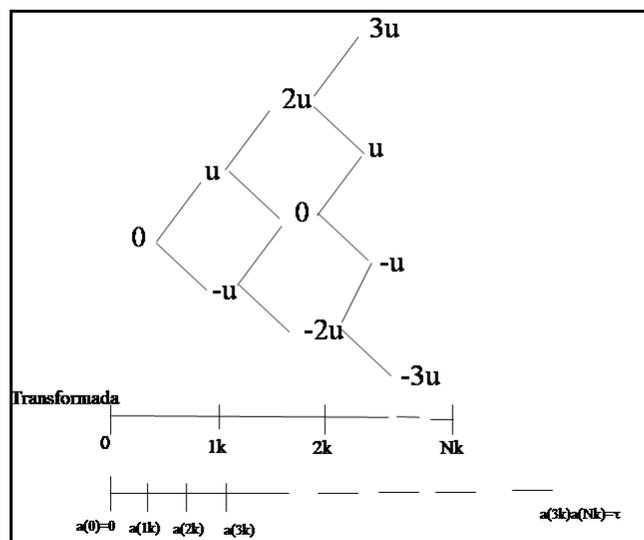
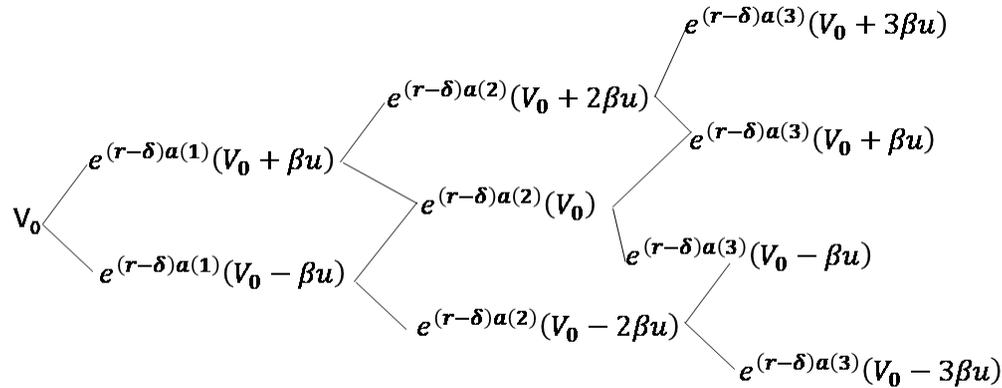


Imagen 1. Recombinación del árbol binomial para una proceso browniano estándar de conformidad con la ecuación (23)

Fuente: Alexander et al. (2012)

**Imagen 2.** Recombinación del árbol acorde con la ecuación (24)

Fuente: Alexander et al. (2012)

A continuación, se describe la metodología seguida, así como los resultados de la aplicación empírica de los modelos explicados en esta sección, pero considerando la información de empresas mexicanas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores.

3. Metodología y Resultados

El objetivo de este estudio es encontrar el modelo que brinde la mejor estimación asequible del Valor Razonable de las partidas que componen los estados financieros; particularmente resulta sumamente importante que la administración de la empresa concientice que debe determinar el valor posterior de las transacciones considerando la ambigüedad contenida en la normatividad contable para su cálculo.

Por lo cual, el propósito es analizar tres metodologías comparando los resultados al calcular el valor de mercado de la empresa, el valor de mercado del capital accionario y el precio de la acción, comparando esta última variable con el último precio cotizado.

Para cumplir con dicho objetivo se analizó la información financiera (estado de situación financiera, estado de resultados y flujos de efectivo) de 101 entidades no financieras que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores que han cotizado durante el periodo de febrero a marzo de 2019); no obstante, se tuvieron que descartar 61 compañías, ya que no poseían la cantidad de información necesaria para realizar las valoraciones. Para las proyecciones y cálculos se tomó la información trimestral por el periodo comprendido del primer trimestre de 2011 al cuarto trimestre de 2018.

Las empresas que cumplieron con la cantidad de información requerida para aplicar los modelos descritos fueron 40, las cuales se enuncian a continuación (Tabla 1):

Tabla 1. Empresas utilizadas como muestra.

Nombre de las empresas				
ALSEA	CARSO	HERDEZ	ROTOPLAS	BIMBO
AMÉRICA MÓVIL	CEMEX	HOMEX	URBI	GIGANTE
ARA	CHEDRAUI	HOTELES EXPRESS	VITRO	MINERA FRISCO
ARISTOS	CIE	INTERCERAMIC	WALMART	MOCTEZUMA
AUTLAN	COCA COLA FEMSA	KIMBERLY	FEMSA	BENAVIDES
AXTEL	COLLADO	KUO	FRAGUA	FAMSA
AZTECA	CRM	LALA	GENOMMA LAB	MÉDICA SUR
BACHOCO	ELEKTRA	LIVERPOOL	CABLEVISIÓN	GRUPO MÉXICO

Fuente: Elaboración propia.

3.1. Valuación Tradicional de Flujos de Efectivo Descontados

En cualquier economía en la que los individuos, empresas y gobiernos tengan presente la oportunidad del tiempo, el valor del dinero será un concepto importante, ya que las preferencias de consumo de los individuos premian a los que sacrifican el consumo actual por el consumo futuro.

El valor del dinero no está dado solamente por el monto del mismo, sino también por el momento en el que se recibe o se gasta, de tal manera que la programación en el tiempo de los flujos de efectivo que se esperan recibir o desembolsar determinará la decisión de los individuos de consumir o invertir en el presente.

3.1.1. Valor Presente (VP)

El valor presente de un importe a pagar en períodos futuros, es la cantidad que si se tuviera disponible hoy, crecería hasta igualar la suma futura. Esto significa que éste se calcula mediante un proceso de descuento de los flujos a recibir en un futuro a la tasa de interés ofrecida por alternativas comparables, según se muestra a continuación:

$$VP = \frac{VF}{(1+i)} \quad (25)$$

Dónde

VP es el Valor Presente.

VF es el Valor Futuro.

i es la tasa de descuento, representa el costo de oportunidad de la inversión.

Si los flujos futuros comprenden varios períodos entonces:

$$VP = \frac{VF}{(1+i)^n} \quad (26)$$

Dónde:

n número de períodos.

El concepto de valor presente es muy importante ya que en las decisiones de inversión, financiamiento y política de dividendos necesariamente se ven involucrados flujos de dinero a recibir o pagar en un futuro o ambos.

El valor presente de una serie de flujos es sino la suma de los valores futuros de cada uno de los pagos, según se muestra a continuación:

$$VP = \sum_{t=0}^{t=n} \frac{VF_t}{(1+i)^t} \quad (27)$$

Si los flujos de efectivo a recibir o a pagar se realizan durante un número infinito de períodos entonces el término usado es la perpetuidad y la fórmula para el cálculo de su valor presente es simplemente el valor de la cantidad recibida cada período (A) entre la correspondiente tasa de interés (i):

$$VP = \frac{A}{i} \quad (28)$$

Es importante mencionar que la fórmula de perpetuidad calcula el VP del total de flujos un periodo atrás del momento en que se comienzan a recibir o a pagar estos flujos. Por ejemplo, si se tiene que pagar una cantidad constante a perpetuidad a partir del próximo año y se aplica la fórmula anterior para obtener el valor presente de los flujos, el resultado estaría a pesos de hoy, pero si el flujo se comienza a pagar a partir del segundo año, entonces el valor presente de los flujos a perpetuidad estará a pesos del próximo año.

Una vez que se explicaron los elementos importantes en el cálculo del valor del dinero en el tiempo se

hará una breve descripción del modelo de Flujo de Efectivo Libre Descontado (FED) como herramienta de valuación.

3.1.2. Flujo de Efectivo Libre Descontado (FED)

Existen diversas formas de aplicar el modelo de FED; sin embargo, el enfoque empresarial es el más utilizado en la práctica. Esta perspectiva valúa el capital de la compañía como el valor de las operaciones de la empresa menos el valor de la deuda y otras obligaciones con mayor preferencia al capital común (como acciones preferentes). Puede aplicarse a diferentes niveles, es decir puede emplearse en toda la compañía o sobre unidades individuales y es consistente con el proceso de presupuesto de capital de la mayoría de las compañías. A este respecto, para poder calcular el FED, se debe obtener el Flujo de Efectivo Libre (FEL), mismo que resulta del siguiente proceso: restar a la utilidad operativa los impuestos operativos, posteriormente sumar a la utilidad operativa después de impuestos las partidas virtuales, obteniendo así el flujo bruto. A este flujo se le suman o restan (según sea el caso) los cambios en el capital de trabajo neto⁶ y finalmente se suman/restan los cambios en la propiedad, planta y equipo.

Por lo tanto, el FEL es el flujo disponible que tiene la empresa para cubrir los costos de sus fuentes de financiamiento y/o amortizar deuda y/o repartir dividendos.

Este flujo de efectivo se calculó para cada una de las 40 entidades seleccionadas, proyectando cada uno de sus elementos anualmente por el lapso de tiempo de 2019 a 2028. En primera instancia se aplicó el modelo de Flujos de Efectivo Descontados, para ellos, los ingresos se estimaron con el modelo de Winters-Multiplicativo. Posteriormente se obtuvieron los costos y gastos operativos como una proporción histórica de los ingresos, la cual se mantuvo constante a lo largo del periodo de la proyección.

El capital de trabajo neto y los gastos de capital se proyectaron tomando la relación entre: ingresos operativos con cuentas por cobrar (ingresos por cuentas por cobrar), inventarios con el costo de ventas; otros activos corrientes con ingresos y cuentas por pagar con el costo de ventas. Las inversiones en propiedad, planta y equipo para la producción y mejora se determinaron mediante su relación con los ingresos. En consecuencia, se utilizaron las siguientes razones financieras:

$$\text{Razon de Cuentas por Cobrar} = \text{Ingresos/Cuentas por Cobrar}$$

$$\text{Razon de Inventarios} = \text{Costo de Ventas/Inventarios}$$

$$\text{Razon de Cuentas por Pagar} = \text{Costo de Ventas/Cuentas por Pagar}$$

$$\text{Razon de Otros Activos} = \text{Ingresos/Otros Activos Corrientes}$$

Para la proyección de las inversiones en propiedad, planta y equipo se utilizó la rotación de propiedad, planta y equipo (la relación entre los ingresos y la propiedad, planta y equipo).

Una vez proyectados los flujos de cada periodo, se tomó el del último año proyectado de forma explícita como una perpetuidad sin crecimiento. Como se mencionó la perpetuidad, trae a valor presente un periodo el importe de los flujos que se generarán a perpetuidad, por lo cual, este valor se descontó posteriormente a pesos de 2019. Asimismo, cada uno de los flujos se descontaron a pesos de 2019, finalmente al sumarse, se obtuvo **el valor de mercado de la empresa**. A dicho importe se le restó el valor de la deuda con costo reportado en el estado de situación financiera al 31 de diciembre de 2018, obteniendo con ello **el valor de mercado del capital accionario**.

⁶El capital de trabajo neto se calcula sumando a la Cartera de Clientes Neta los Inventarios Netos y restando el saldo de Proveedores y Acreedores.

Por consistencia con la definición de flujos de efectivo, la tasa de descuento aplicada usualmente al FEL debe reflejar el costo de oportunidad de los acreedores y accionistas ponderado por la proporción que su aportación hace al financiamiento de la empresa con respecto al valor total. Esta tasa es denominada por sus siglas en inglés como WACC (*Weighted Average Cost of Capital*) y se calcula de la siguiente manera:

$$WACC = K_d^* \frac{VD}{VF} + K_a \frac{VA}{VF} \quad (29)$$

Dónde:

K_d^* representa el costo de la deuda, el cual puede ser medido a través de la obtención de la tasa implícita en los desembolsos futuros provenientes del pago de intereses y capital, menos los beneficios fiscales que proporcionan la parte deducible de los intereses a cargo.

VD valor de mercado de la deuda.

VA Valor del mercado del capital accionario.

VF es la suma de VD y VA es decir el valor de mercado de la empresa.

$E(r_j)$ es la tasa mínima de retorno que esperan los accionistas de acuerdo con el riesgo que representa esta inversión. Este costo puede ser aproximado a través del modelo conocido por sus siglas en inglés como CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), el cual mide la relación riesgo-rendimiento, es decir, la tasa de retorno esperada sobre una acción es igual a la tasa libre de riesgo (el premio por el cambio del consumo de hoy por el consumo de mañana) más una prima por riesgo (es la compensación por el riesgo de tomar la inversión):

$$E(r_j) = R_f + [E(R_m - R_f)] \beta_j \quad (30)$$

Dónde:

$E(r_j)$ representa el rendimiento esperado sobre la inversión j , tal que $j = 1, \dots, n$.

R_f tasa libre riesgo, se consideró el rendimiento promedio anual ofrecido por la tasa de bonos gubernamentales a 10 años emitidos por el Gobierno Federal de los Estados Unidos Mexicanos, por el periodo comprendido de enero de 2008 a diciembre de 2018.

R_m representa el rendimiento esperado de una amplia cartera de acciones en el mercado. En este caso se utilizó el S&P/BMV IPC sobre el cual se calculó el rendimiento ofrecido por el mismo, utilizando consistentemente la serie de tiempo mensual de enero de 2008 a diciembre de 2018, posteriormente este rendimiento se anualizó de forma simple. Ambos parámetros se obtuvieron de la página de Internet del Banco de México.

$Beta$ es una medida del riesgo que refleja la sensibilidad del precio de las acciones de una empresa ante los movimientos del mercado de valores en su conjunto. En este estudio en particular como todas las entidades que cotizan en la BMV su beta se obtuvo de la base de *Bloomberg*.

La WACC se determinó tomando los valores de la deuda con costo, así como del capital contable, tomados del estado de situación financiera al 31 de diciembre de 2018. Debido a que no se poseía la información detallada del costo de la deuda, éste se aproximó dividiendo el importe de los gastos por intereses del último ejercicio reportado (2018) entre el saldo del pasivo con costo.

3.1.2.1. Método de Winters

De conformidad con la serie de tiempo de ingresos de cada una de las 40 empresas seleccionadas, se proyectaron por el periodo comprendido del primer trimestre de 2019 al cuarto trimestre de 2028 con el modelo de Holt-Winters. Este método estudia la serie temporal, y la divide en tres componentes: lineal, cíclico y de tendencia. Esta metodología disminuye los componentes cíclicos y de tendencia en comento, mediante un índice de tendencia y variables decrecientes. Se aplican cinco ecuaciones, las que se presentan a continuación.

1. Serie exponencial disminuida.

2. Pronóstico de la tendencia.
3. Pronóstico cíclico.
4. Pronóstico de la estacionalidad.
5. Serie previsión, p, periodos en el futuro.

Se calcularon los componentes aplicando la metodología de máxima verosimilitud, con el fin de minimizar la varianza residual.

A continuación (Tabla 2), se presenta el valor de mercado de cada una de las empresas, calculado con el modelo de Flujos de Efectivo Descontados, así como el costo promedio ponderado de capital (WACC).

Tabla 2. Valor de mercado del capital accionario por el modelo de FED y la WACC correspondiente. (cifras en pesos)

Nombre de la empresa	Valor de la empresa bajo flujos de efectivo descontados	Costo Promedio Ponderado de Capital	Nombre de la empresa	Valor de la empresa bajo flujos de efectivo descontados	Costo Promedio Ponderado de Capital
ALSEA	6,474,338,977	5.88 %	GIGANTE	23,407,826,224	4.92 %
AMÉRICA MÓVIL	60,209,780,164	2.76 %	GRUPO MÉXICO	25,123,057,033	2.63 %
ARA	5,437,294	3.48 %	HERDEZ	9,912,914,024	6.17 %
ARISTOS	108,934,656	5.82 %	HOMEX	-2,836,800	8.82 %
AUTLAN	2,747,934,325	5.82 %	HOTELES EXPRESS	37,520,392,981	5.65 %
AXTEL	7,507,608,314	6.33 %	INTERCERAMIC	2,983,160,536	2.58 %
AZTECA	1,782,665,665	6.19 %	KIMBERLY	115,287,190	1.89 %
BACHOCO	10,075,839,625	7.52 %	KUO	2,602,152,865	4.43 %
BENAVIDES	153,415,013	9.84 %	LALA	246,685,678	5.44 %
BIMBO	66,654,110,259	5.84 %	LIVERPOOL	13,343,886,781	4.01 %
CABLEVISIÓN	188,574,448,415	3.90 %	MÉDICA SUR	362,120,440	8.19 %
CARSO	49,051,781,090	3.41 %	MINERA FRISCO	7,963,431,047	1.69 %
CEMEX	16,680,948,043	1.95 %	MOCTEZUMA	18,609,551,531	1.01 %
CHEDRAUI	33,317,774,459	3.75 %	ROTOPLAS	9,299,708	4.32 %
CIE	1,031,191,978	0.87 %	URBI	2,277,107	1.69 %
COCA COLA FEMSA	1,450,217,762,654	3.15 %	VITRO	19,927,097,054	3.72 %
COLLADO	456,588,239	9.54 %	WALMART	289,997,522,098	4.68 %
CRM	175,787,788	7.77 %	FEMSA	27,968,738,244	2.73 %
ELEKTRA	27,373,459,438	3.97 %	FRAGUA	6,654,350,620	2.13 %
FAMSA	-109,093,087	6.71 %	GENOMMA LAB	82,081,595	2.42 %

Fuente: Elaboración propia

Una vez que se determinó el valor de cada una de las empresas con el modelo de Flujos de Efectivo Descontados, se calculó su volatilidad a través del método de GARCH (1,1), mediante la cual se obtuvieron los choques al alza y a la baja de cada empresa, así como la probabilidad neutral al riesgo (ecuaciones (1), (2) y (11)). Se elaboró el árbol binomial teniendo como valor inicial el proveniente de descontar los flujos de efectivo libres con la WACC, pero en este caso, el modelado se realizó siguiendo la trayectoria de un Movimiento Browniano Geométrico y posteriormente se determinó el árbol de las Opciones Reales considerando únicamente las opciones de expansión y contracción. El incremento/decremento porcentual en el flujo de efectivo de cada uno de los nodos se obtuvo calculando el coeficiente de correlación entre las inversiones de capital y el flujo de efectivo operativo, por los trimestres correspondientes de 2009 a 2018, estos porcentajes se obtuvieron para cada una de las compañías.

Resulta muy importante señalar que para descontar los flujos de las opciones, de conformidad con lo establecido por Trigeorgis (1996) y Alexander et al (2011) se aplica la probabilidad neutral al riesgo y la tasa

libre de riesgo, es este caso se utilizó el rendimiento que brindan los bonos a 10 años emitidos por el Gobierno Federal Mexicano en febrero de 2019, 8.49

En la Tabla 3 se muestra el valor de mercado del capital accionario mediante las Opciones Reales como un proceso Browniano Geométrico, así como la volatilidad calculada con la ecuación (10).

Tabla 3. Valor de mercado del capital accionario calculado con el MBG y la Volatilidad de los ingresos modelo de GARCH (1,1). (cifras en pesos)

Nombre de la empresa	Valor de mercado del capital accionario acorde con el modelo de Opciones Reales Movimiento Browniano Geométrico	Volatilidad de los ingresos	Nombre de la empresa	Valor de mercado del capital accionario acorde con el modelo de Opciones Reales Movimiento Browniano Geométrico	Volatilidad de los ingresos
ALSEA	37,470,957,917	16.92 %	FEMSA	994,227,328	12.79 %
AMÉRICA MÓVIL	93,075,895,229	16.76 %	FRAGUA	25,994,052,482	4.24 %
ARA	1,293,592,359	16.76 %	GENOMMA LAB	141,923,911	42.30 %
ARISTOS	128,371,794	151.09 %	GIGANTE	30,189,357,761	25.45 %
AUTLAN	3,376,951,406	53.14 %	GRUPO MÉXICO	43,177,302,048	17.13 %
AXTEL	7,507,608,314	16.33 %	HERDEZ	19,329,099,541	81.85 %
AZTECA	4,362,618,080	6.05 %	HOMEX	735,863,759	184.67 %
BACHOCO	45,872,423,267	20.58 %	HOTELES EXPRESS	77,891,814,125	9.33 %
BENAVIDES	678,810,400	2.09 %	INTERCERAMIC	8,189,709,799	9.26 %
BIMBO	190,303,979,599	12.79 %	KIMBERLY	158,577,865	8.89 %
CABLEVISIÓN	961,469,160,163	35.00 %	KUO	9,236,069,659	49.01 %
CARSO	163,643,054,884	29.41 %	LALA	616,450,023	7.41 %
CEMEX	63,079,729,797	27.35 %	LIVERPOOL	24,258,273,537	78.50 %
CHEDRAUI	36,711,366,994	49.11 %	MÉDICA SUR	1,857,097,093	12.49 %
CIE	8,443,657,771	53.14 %	MINERA FRISCO	10,387,152,234	21.92 %
COCA COLA FEMSA	1,450,217,762,654	12.79 %	MOCTEZUMA	53,596,021,756	12.47 %
COLLADO	1,686,027,262	20.22 %	ROTOPLAS	9,393,640	21.26 %
CRM	1,764,242,915	16.43 %	URBI	3,410,303	163.49 %
ELEKTRA	237,795,712,756	17.37 %	VITRO	24,208,058,890	104.92 %
FAMSA	646,414,884	34.57 %	WALMART	949,297,174,537	26.40 %

Fuente: Elaboración propia

En todos los casos el valor presente expandido es superior al valor obtenido a través del modelo de flujos descontados, lo cual se origina por la flexibilidad que posee la administración de expandir la empresa si la economía está en auge, o bien de contraer la escala de producción si el país se encuentra en recesión. De acuerdo con Trigeorgis (1999) en este análisis se confirma a mayor volatilidad es superior el valor presente expandido, y consecuentemente, el valor de mercado del capital accionario.

En el caso de la elaboración de las Opciones Reales siguiendo un Movimiento Browniano Aritmético, se calcularon los parámetros establecidos en las ecuaciones (31) a (34), bajo el cual se establece que la u es decir el choque al alza, en todos los casos es igual a \sqrt{k} tal que k es $\frac{b_t}{\text{Numero de periodos, para todos los casos}=10 \text{ aos}}$ y

$$s = b(t) = \int_0^t e^{-2(r-\delta)s} ds = -\frac{1}{2(r-\delta)} \left(1 - e^{-2(r-\delta)t}\right) \quad (31)$$

mientras que la varianza expresada como \sum_t^2 se calculó como la varianza de los ingresos de cada una de las empresas y con ello se pudo despejar la constante

$$\beta^2 = \frac{\sum_t^2 2(r-\delta)}{(e^{2(r-\delta)t}-1)} \quad (32)$$

Con lo cual se llegaron a los siguientes valores del mercado del capital accionario comportándose como un movimiento Browniano Aritmético (Tabla 4).

Las probabilidades neutrales al riesgo se fueron calculando para cada nodo del árbol como se muestra a continuación:

$$V_0 \begin{cases} e^{(r-\delta)a(1)}(V_0 + \beta u) \\ e^{(r-\delta)a(1)}(V_0 - \beta u) \end{cases}$$

$$\left[e^{(r-\delta)a(1)}(V_0 + \beta u) \right] q + \left[e^{(r-\delta)a(1)}(V_0 - \beta u) \right] (1 - q) = V_0(1 + r) \quad (33)$$

$$q = \frac{V_0(1 + r) \left[e^{(r-\delta)a(1)}(V_0 - \beta u) \right]}{\left[e^{(r-\delta)a(1)}(V_0 + \beta u) - e^{(r-\delta)a(1)}(V_0 - \beta u) \right]} \quad (34)$$

En la Tabla 4 se muestra el valor de mercado del capital accionario, así como la varianza de los flujos calculada con la ecuación (32).

Tabla 4. Valor de mercado del capital accionario calculado con el MBA y la Varianza de los flujos derivada para el modelo. (cifras en pesos)

Nombre de la empresa	Valor del capital accionario acorde con el modelo de Opciones Reales Movimiento Browniano Aritmético	β^2 (cifras en miles de pesos)	Nombre de la empresa	Valor del capital accionario acorde con el modelo de Opciones Reales Movimiento Browniano Aritmético	β^2 (cifras en miles de pesos)
ALSEA	37,231,484,673	62,590	FEMSA	994,227,328	27,998
AMÉRICA MÓVIL	95,606,174,117	75,847	FRAGUA	25,990,220,910	4,953
ARA	1,293,592,359	68,262	GENOMMA LAB	141,540,754	1,270
ARISTOS	125,977,061	283	GIGANTE	30,151,042,042	3,872
AUTLAN	3,376,951,406	17	GRUPO MÉXICO	43,138,986,329	693
AXTEL	7,742,071,461	516	HERDEZ	19,290,783,822	19,426
AZTECA	4,324,302,360	1,039	HOMEX	735,720,075	5,210
BACHOCO	45,393,476,778	749	HOTELES EXPRESS	77,652,340,881	316
BENAVIDES	640,494,681	375	INTERCERAMIC	8,151,394,080	806
BIMBO	189,777,138,460	27,998	KIMBERLY	149,717,355	2,630
CABLEVISIÓN	2,534,788,975,996	10	KUO	9,232,238,087	1,542
CARSO	163,604,739,164	5,977	LALA	616,066,865	5,532
CEMEX	63,075,898,225	17,361	LIVERPOOL	24,254,441,965	16,569
CHEDRAUI	33,040,230,294	12,590	MÉDICA SUR	1,853,265,521	284
CIE	8,744,167,055	2,188	MINERA FRISCO	10,377,573,305	627
COCA COLA FEMSA	1,371,378,853,695	16,120	MOCTEZUMA	53,592,190,184	1,284
COLLADO	1,647,711,539	664	ROTOPLAS	9,392,682	366
CRM	1,725,927,196	185	URBI	3,314,513	3,302
ELEKTRA	237,757,397,037	8,669	VITRO	24,203,269,425	52
FAMSA	646,414,884	1,248	WALMART	949,258,858,818	51,388

Fuente: Elaboración propia

Se puede observar que el valor de mercado del capital accionario de las empresas bajo el proceso Browniano Aritmético es generalmente inferior, al obtenido a través del proceso Browniano Geométrico.

Una vez calculados los valores de mercado del capital accionario, se dividieron entre el número de acciones en circulación, el cual fue obtenido para cada entidad de la página de la Bolsa Mexicana de Valores en la sección de emisoras. Con ello se puede contrastar cuál modelo es el que brinda la mejor aproximación del valor real cotizado al inicio del mes de abril de 2019; dicho precio se obtuvo de la base de datos de *Bloomberg* (Tabla 5).

Tabla 5. Comparación de los precios estimados bajo los tres modelos analizados contra el precio cotizado

Nombre de la empresa	Precio de cotización abril 2019	Precio de la acción		
		modelo tradicional de flujos descontados	modelo de Opciones Reales Movimiento Browniano Geométrico	modelo de Opciones Reales Movimiento Browniano Aritmético
ALSEA	44.8500	7.7479	44.8418	44.5552
AMÉRICA MÓVIL	14.6600	9.1157	14.0916	14.4747
ARA	2.0800	0.0042	2.0480	2.0447
ARISTOS	23.7000	20.5165	24.1773	23.7263
AUTLAN	10.5700	8.1740	10.0451	9.5428
AXTEL	2.2700	2.6215	2.7034	2.4871
AZTECA	2.0800	0.8239	2.0162	1.9985
BACHOCO	76.8100	16.7931	76.4540	75.6558
BENAVIDES	13.5000	3.0683	13.5762	12.8099
BIMBO	40.8200	14.2611	40.7169	40.6042
CABLEVISIÓN	54.5600	10.7995	55.0625	145.1653
CARSO	71.9400	21.5004	71.7280	71.7112
CEMEX	4.8700	1.1020	4.1671	4.1669
CHEDRAUI	38.2900	34.7108	38.2463	38.2064
CIE	14.0300	1.7205	14.0876	14.5889
LALA	26.0000	9.9470	24.8569	24.8414
LIVERPOOL	122.4000	67.5811	122.8578	122.8384
MINERA FRISCO	4.1000	3.1286	4.0808	4.0770
ROTOPLAS	19.7800	20.1175	20.3207	20.3186
VITRO	50.0000	41.2082	50.0610	50.0511
COCA COLA FEMSA	127.2000	182.724	182.7247	172.7911
COLLADO	8.7600	2.3732	8.7633	8.5642
CRM	4.0000	0.5013	5.0309	4.9217
ELEKTRA	1017.6400	117.290	1018.9125	1018.7484
FAMSA	6.2000	-1.0761	6.3760	6.3760
FEMSA	127.2000	28.1311	127.6878	125.6167
FRAGUA	256.0000	65.6359	256.3951	256.3573
GENOMMA LAB	13.9900	8.0472	13.9141	13.8765
GIGANTE	30.7600	23.5437	30.3646	30.3261
GRUPO MÉXICO	55.4700	32.2918	55.4978	55.4486
HERDEZ	44.0500	22.9466	44.7433	44.6546
HOMEX	0.1350	-0.0005	0.1322	0.1322
HOTELES EXPRESS	20.8900	10.1103	20.9889	20.9243
INTERCERAMIC	50.0000	18.3394	50.3474	50.1118
KIMBERLY	123.9000	96.1528	132.2584	124.8685
KUO	44.7900	12.5134	44.4149	44.3964
MÉDICA SUR	27.2000	5.1917	26.6250	26.5701
MOCTEZUMA	60.0000	21.1397	60.8830	60.8786
URBI	0.0210	0.0148	0.0221	0.0215
WALMART	54.5600	16.6079	54.3655	54.3633

A continuación, se presenta (Imagen 3), la tasa de descuento, los flujos descontados, el importe de la deuda con costo a valor presente, el número de acciones en circulación, el precio de la acción cotizado a febrero de 2019, así como el comparativo de los árboles binomiales del primero de ellos modelado como un MBG y en el segundo escenario como un MBA para Grupo Alsea.

Factor de descuento	5.88%	1.058808226	1.12107486	1.18700328	1.25680884	1.33071954	1.40897679	1.49183622	1.57956846
Perpetuidad a pesos de 2026									77,247
Perpetuidad a pesos de 2019		48,904							
Flujos de efectivo descontados		6,699	5,055	3,818	3,607	3,408	3,220	3,043	2,875
Valor de mercado de Alsea		77,754							
Valor de la deuda de Alsea		13,011							
Valor de mercado del capital accionario de Alsea		6,474,338,977							
Número de acciones en circulación		835,625,874							
Precio de a acción a inicio de 2019		7.747891944							
Precio cotizado		44.85							
u		1.092934285							
d		0.914968094							
q		0.954854992							
1-q		0.045145008							
Tasa de interés libre de riesgo		0.0849							

Imagen 3. Resultados del Flujo de Efectivo

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en la Imagen 3, el valor de mercado de la empresa bajo FED es de \$77,754 millones de pesos menos el valor presente de la deuda con costo y al dividirlos entre el número de acciones en circulación, se obtiene un precio de \$7.748; mientras el precio cotizado a inicio del ejercicio de 2019 es \$44.85, de lo cual se puede derivar que hay una gran variación.

A continuación, se muestra el resultado de las Opciones Reales como un Movimiento Browniano Geométrico (Imagen 4).

Trayectoria del valor de la empresa bajo un Movimiento Browniano Geométrico									
	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027
								144,838	158,298
							132,522	121,253	132,522
						121,253	110,943	101,509	110,943
				101,509	110,943	101,509	92,878	84,980	77,754
			92,878	84,980	77,754	71,143	65,093	59,558	54,494
		84,980	77,754	71,143	65,093	59,558	54,494	49,860	45,620
	77,754	71,143	65,093	59,558	54,494	49,860	45,620	41,741	38,192
Opciones reales Movimiento Browniano Geométrico									
	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027
									789,656
								722,477	660,260
							661,012	604,083	551,933
						604,776	552,685	504,967	461,246
					553,324	505,661	461,998	421,991	385,326
				506,249	462,637	422,685	386,077	352,527	321,768
			463,180	423,273	386,716	353,220	322,519	294,373	268,559
		423,774	387,259	353,809	323,158	295,066	269,311	245,689	224,014
	387,720	354,309	323,701	295,655	269,950	246,382	224,766	204,932	186,723
Valor de la deuda de Alsea		13,011							
Valor de mercado del capital accionario de Alsea	37,470,957,917								
Número de acciones en circulación	835,625,874								
Precio de a acción a inicio de 2019	44.84178755								

Imagen 4. Resultados de Opciones Reales Movimiento Browniano Geométrico

Fuente: Elaboración propia

Acorde con este modelo, el valor de mercado de Alsea es de \$37,470,957,917, considerando las opciones de expansión y contracción, al cual al deducirle la deuda y el flujo de mercado del valor del capital accionario dividido entre el número de acciones en circulación, se llega a que el precio de la acción estimado a inicios del 2019 es de \$44.842, tendiendo una diferencia porcentual de únicamente -.081 %.

En la Imagen 5 se presentan los resultados de aplicar las Opciones Reales pero modelado el valor de Alsea bajo un proceso Browniano Aritmético.

Trayectoria del valor de la empresa bajo un Movimiento Browniano Aritmético

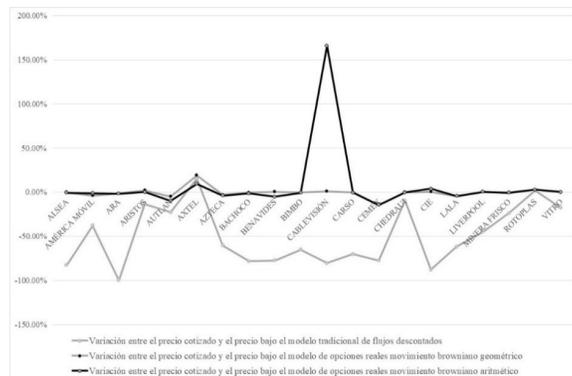
a(s)	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027
-1.095928406									33,881
-2.19185681									33,692
-3.28778522								37,226	33,617
-4.38371362								36,978	33,730
-5.47964203							40,810	36,895	33,579
-6.57557044						44,740	40,583	37,019	33,768
-7.67149884						44,541	40,629	37,060	33,542
-8.76742725					49,048	44,541	40,447	36,812	33,504
-9.86335566				103,184	48,884	44,391	40,674	37,102	33,843
			95,103	48,775	44,591	40,402	36,771	33,466	
		64,624	76,959	53,651	48,720	44,341	40,720	37,143	33,881
	77,754	64,479	58,750	53,531	48,939	44,341	40,356	36,730	33,391
					48,775	44,441	40,493	36,895	33,617
	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027
Valor de la deuda de Alsea									165,082
Valor de mercado del capital accionario de Alsea									164,136
Número de acciones en circulación									181,874
Precio de a acción a inicio de 2019									180,628
								199,869	163,568
								198,729	164,514
							219,595	180,005	163,379
							218,595	198,957	164,703
						241,221	218,595	198,045	179,798
						240,397	217,844	199,185	164,893
				512,984	239,848	218,845	197,817	179,590	163,000
			525,433	264,326	239,574	217,594	199,413	181,459	165,082
		511,302	381,336	263,724	240,672	217,594	197,589	179,382	162,622
		318,685	289,927	263,724	239,848	218,094	198,273	180,213	163,757
	385,326								
									13,011
									37,231,484,673
									835,625,874
									44.55520806

Imagen 5. Resultados de Opciones Reales Movimiento Browniano Aritmético
 Fuente: Elaboración propia

Como se puede desprender al aplicar las Opciones Reales con el MBA, existe una mayor complejidad al determinar el valor de los parámetros necesarios para su desarrollo, y al igual que bajo el MBA el valor del precio de la acción es subestimado en un porcentaje muy pequeño; sin embargo, no brinda en más del 50 % de los casos el mejor ajuste posible. En el ejemplo de Alsea la subestimación es de -0.66 %.

Para que sea más sencillo analizar los resultados, a continuación, en la Imagen 6, se estudiarán las variaciones porcentuales al contrastar los precios cotizados contra los resultantes de cada uno de los modelos.

Como se observa en el Gráfico 1, el modelo que brinda la mayor variación es el de flujos descontados, en la mayor parte de las ocasiones, subestima fuertemente el precio de la acción, excepto en Elektra, Femsa y Fragua (es el valor más alto). Los modelos de Opciones Reales siguiendo los MBG así como los MBA ofrecen resultados muy cercanos a los cotizados, con variaciones pequeñas; no obstante, cabe señalar que brinda una mayor exactitud si se modela como un Movimiento Browniano Geométrico.



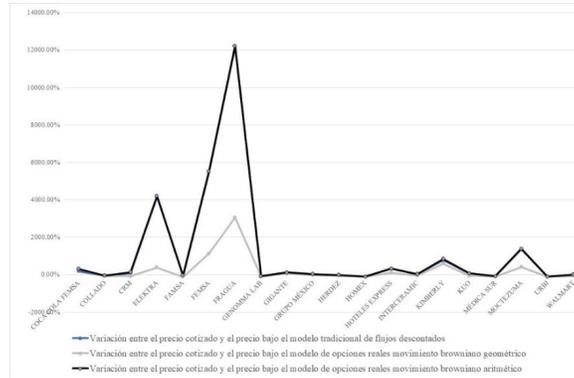


Imagen 6. Análisis comparativo entre el precio de la acción cotizado por empresa y los derivados de los análisis

Fuente: Elaboración propia

En la Imagen 7 se presenta, cuál de estos últimos dos modelos es el que subestima o sobreestima con mayor frecuencia.

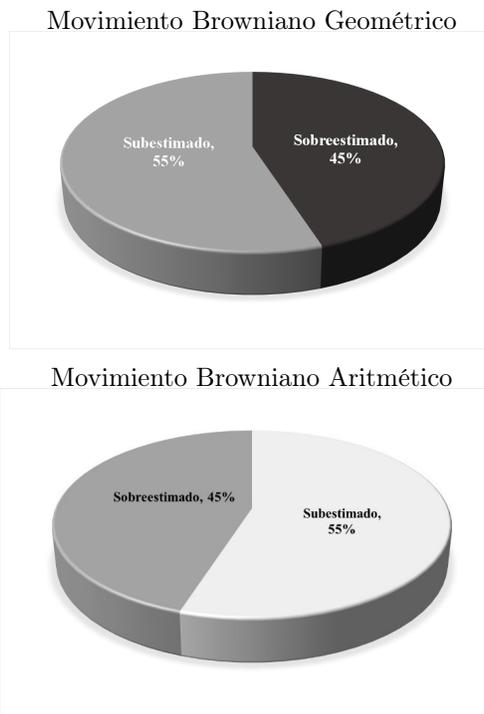


Imagen 7. Análisis de la proporción de subestimación y sobre estimación de las Opciones Reales bajo un MBG y un MBA

Fuente: Elaboración propia

De conformidad con los resultados obtenidos, el MBG subestima con mayor frecuencia los precios de las acciones; en contraste el MBA brinda en la mayoría de las ocasiones una sobreestimación. Asimismo, cabe señalar que a pesar de que los valores ofrecidos por ambos modelos son muy cercanos a los precios cotizados, el MBG ofrece un margen de error inferior al determinado mediante un proceso Browniano Aritmético.

Como se puede observar en la Imagen 8, las diferencias porcentuales de mayor magnitud, en valor absoluto se presentan al aplicar el MBA en el 58% de los casos.

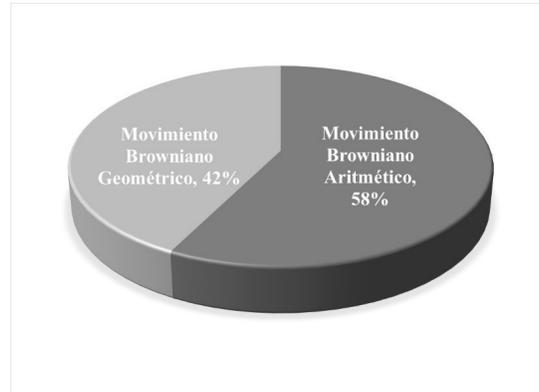


Imagen 8. Modelo que ofrece un margen de error de mayor magnitud
Fuente: Elaboración propia

4. Resultados, Conclusiones y Futuras Líneas de Investigación

De conformidad con el análisis realizado, a diferencia de lo que dicen Copeland y Antikarov (2001, Capítulo 5) “es mejor el valorar a través de Opciones Reales bajo un proceso Browniano Aditivo” así como por lo determinado por Alexander et al. (2011) quienes afirman que el impacto de la incertidumbre es determinado en mayor medida mediante un proceso aditivo; asimismo aseveran que resulta más sencillo determinar los valores de los parámetros si se utiliza el MBA, lo cual en este trabajo resultó más complejo, tanto en el cálculo de los parámetros, como en la elaboración del árbol binomial que modela la trayectoria del proyecto, brindando como resultado una menor exactitud.

Considerando que el objetivo de este estudio es encontrar el modelo que ofrezca la mejor estimación asequible del Valor Razonable de las partidas que componen los estados financieros, de conformidad con análisis efectuado en este trabajo, los resultados son muy semejantes entre ambos modelos (Opciones Reales bajo los procesos Browniano Geométrico y Browniano Aritmético); sin embargo, el objetivo es que tanto la administración de las empresas, los auditores y demás usuarios apliquen e interpreten el resultado de aquél que brinde el Valor Razonable más exacto posible, derivando en una toma de decisiones más acertada y eficiente tanto de forma interna como externa a la organización. Asimismo, se busca que el modelo propuesto no sea tan complejo en su desarrollo y análisis, es por ello que el proceso matemático del Browniano Geométrico en contraste con el Browniano Aritmético es más sencillo de comprender e implementar.

De igual manera, resulta importante destacar que se efectuó un análisis de correlación entre la volatilidad de los ingresos y el nivel de ajuste de cada modelo, el cual se presenta a continuación.

Correlación entre volatilidad ingresos contra modelo de flujos descontados; 9.59 %. Correlación entre volatilidad ingresos contra modelo de Opciones Reales bajo Movimiento Browniano Geométrico: -7.81 % y correlación entre volatilidad ingresos contra modelo de Opciones Reales bajo Movimiento Browniano Aritmético: -2.78 %.

Como se puede observar, el coeficiente de correlación entre la magnitud de las diferencias entre el precio de la acción cotizado y el precio resultante de la aplicación de cada uno de los modelos no depende en ningún caso de la volatilidad de los ingresos.

Por consecuencia, acorde con los resultados obtenidos se recomienda complementar la valuación a través de flujos de efectivo, con el modelo de Opciones Reales simulando su trayectoria bajo el proceso Browniano Geométrico en sus proyectos de valuación, así como en la valoración de las empresas, del valor de mercado del capital accionario y del precio de la acción, entre otros casos que requieran la determinación de un valor

justo.

Como se comentó a lo largo del trabajo, existe una gran cantidad de investigaciones, pero muy pocas utilizan otros procesos y no consideran la importancia de modelar las Opciones Reales como un MBA contrastándolo con el tradicional MBG, lo cual le brinda un valor agregado a este trabajo, ya que tampoco existen estudios en esta materia para el caso mexicano. Para futuras investigaciones sería de gran relevancia aplicar y analizar los resultados que propone Climent (2014), ya que propone una solución al sistema de ecuaciones planteado por Cox et al. (1979), cuyo resultado incluye la tasa de interés, la varianza proporcional y el tiempo remanente. La estimación propuesta por este autor tiene diferencias con la estimación de Cox et al. (1979), “la cual es elegante, pero puede subestimar o sobreestimar el modelado del precio del subyacente por la propiedad de tricotomía de los números reales, y como consecuencia subestimar o sobreestimar el riesgo de mercado y también se presentan diferencias en la valuación de las opciones subestimando o sobreestimando el riesgo por la cobertura”. En este estudio se consideró una submuestra de únicamente 5 empresas, sobre las cuales se utilizó el modelo de Climent (2014); sin embargo, los resultados de los modelos MBG y MBA son muy cercanos al precio de la acción cotizado al momento de la valuación, mientras que el obtenido bajo la metodología de Climent (2014) sobreestima el precio de la acción en todos los caso en promedio en 15 %, pero considerando que se analizó una muestra muy pequeña, será de gran relevancia aplicarlo a una muestra de mayor tamaño.

Referencias

- [1] Alexander, D.; Mo, M. y Stent, A. (2012). Arithmetic Brownian motion and real options. *European Journal of Operational Research*, 219, (1), 114-122.
- [2] Black, F. y Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81, (3), 637-659.
- [3] Bollerslev, J. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasty. *Journal of Econometrics*, 31, (3), 307-27.
- [4] Consejo Mexicano de Normas de Información Financieras e Instituto Mexicano de Contadores Públicos. (2018). Normas de Información Financiera. México: Instituto Mexicano de Contadores Públicos.
- [5] Copeland, T.E. y Antikarov, V. (2001). *Real Options, a Practitioner’s Guide*. New York: Texere LLC.
- [6] Cox, J., S. Ross, and M. Rubinstein. (1979). Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal o Financial Economics*, 7, (3), 229-263.
- [7] Dixit, A., y Pindyck, R. (1994). *Investment under Uncertainty*. New Jersey: Princenton University Press.
- [8] Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50, (4), 987-1007.
- [9] Gamba, A. y Trigeorgis, L. (2007). An Improved Binomial Lattice Method for Multi-Dimensional Options. *Applied Mathematical Finance*. 14 (5), 453-475.
- [10] González-Echeverri, G., Mora-Valencia, A. y Solano, J. (2015). Opciones Reales aplicadas en redes integradas de servicios de salud empleando diferentes métodos de estimación de la volatilidad. *Elsevier. Estudios Gerenciales*, 31, (136), 287-298.
- [11] Karatzas, I. y Shreve, S.R. (1991). *Brownian Motion and Stochastic Calculus*. New York: Springer-Verlag.
- [12] Lambert, M. y Moreno, M. (2017). Real options valuation under uncertainty. Working Paper.
- [13] McDonald, R.L. y Siegel, D. (1986). Value of Waiting to Investment and the Valuation of Firms when There is an Options to Shut Down. *The Quarterly Journal of Economics*, 101 (4), 331-349.

- [14] Milanesi, G. (2014 [a]). Modelo binomial para la valoración de empresas y los efectos de la deuda: escudo fiscal y liquidación de la firma. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, 19, (36), 2-10.
- [15] Milanesi, G. (2014 [b]). Valuación probabilística versus borrosa, Opciones Reales y modelo binomial. Aplicación para proyectos de inversión en condiciones de ambigüedad. Elsevier. *Estudios Gerenciales*, 30, (132), 211-219.
- [16] Ozorio, L., Bastian-Pinto y Teixeira, L. (2013). The Choice of Stochastic Process in Real Option Valuation. Working Paper.
- [17] Pliska, S. R. (1998). *Introduction to Mathematical Finance, Discrete Time Models*. Massachusetts: Blackwell Publishers Inc.
- [18] Tresierra, A. y Carrasco C. (2016). Valorización de Opciones Reales: modelo Ornstein-Uhlenbeck. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, 21, (41), 56-62
- [19] Trigeorgis, L. (1996). *Real Options, Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*. Fourth printing. The MIT Press.
- [20] Óksendal, B. (1998). *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*. Fifth Edition. Springer-Verlag. Berlin.

Otras referencias

- [21] Banco de México. (6 de marzo de 2019). Estadísticas. México. Recuperado de <https://www.banxico.org.mx/SieInternet>.
- [22] Damodaran Online Home Page for Aswath Damodaran-NYU Stern. (6 de marzo de 2019). Data. Estados Unidos de Norteamérica. Recuperado pages.stern.nyu.edu/~adamodar/.
- [23] Grupo BMV. (6 de marzo de 2019). Emisoras. México. Recuperado <https://www.bmv.com.mx>. Consultada por última ocasión el 6 de marzo de 2019.
- [24] Base de datos de Bloomberg. (6 de marzo de 2019). Estados Unidos de Norteamérica.